Übungsaufgaben Schwingungen II

1. Energie in Schwingkreisen

a) Geben Sie die Energien (Formeln!) an, die bei einer mechanischen und bei einer elektromagnetischen Schwingung auftreten. Was passiert mit den Energien im Verlauf einer Schwingung? Was gilt bei Schwingungen für die beteiligten Energien?

b) Leiten Sie eine Formel ab, mit der Sie aus der maximalen Höhe h eines Fadenpendels seine maximale Geschwindigkeit berechnen können.

c) Leiten Sie (analog zu b) eine Formel ab, die Ihnen die Beziehung zwischen maximaler Spannung und maximaler Stromstärke in einem elektromagnetischen Schwingkreis angibt.

2. Spannung und Strom in einem elektromagnetischen Schwingkreis

Ein Schwingkreis besteht aus einem Kondensator mit einer Kapazität von C = 200 nF und einer Spule mit einer Induktivität von 600 µH. Zu Beginn wird der Kondensator mit einer Spannung von U_0 = 60 V aufgeladen.

a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer T und die (Kreis-)Frequenz ω der Schwingung.

b) Welche elektrische Ladung Q_0 trägt der Kondensator zu Beginn? Geben Sie eine Formel an, die den zeitlichen Verlauf der Ladung Q(t) während der Schwingung wiedergibt.

c) Welche maximale Stromstärke I_{max} fließt in dem Schwingkreis?

d) Wann ist die Spannung im Schwingkreis zum ersten Mal auf die Hälfte der Ausgangsspannung abgefallen? Wann liegt zum ersten Mal keine Spannung an?

e) Zeichnen Sie in jeweils ein Diagramm den zeitlichen Verlauf der Spannung U(t) und der Stromstärke I(t). Achten Sie dabei auf die korrekte Skalierung der Achsen.

Übungsaufgaben Schwingungen II

1. Energie in Schwingkreisen

a) Geben Sie die Energien (Formeln!) an, die bei einer mechanischen und bei einer elektromagnetischen Schwingung auftreten. Was passiert mit den Energien im Verlauf einer Schwingung? Was gilt bei Schwingungen für die beteiligten Energien?

mechanisch: $E_{pot} = m\cdot g\cdot h$ und $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$

elektromagnet.: $E_C = \frac{1}{2} C U^2$ und $E_L = \frac{1}{2} L J^2$

Im Verlauf der Schwingung werden die beteiligten Energien fortwährend ineinander umgewandelt: $E_{pot} \leftrightarrow E_{kin}$ und $E_C \leftrightarrow E_L$. Die Energie wechselt also zwischen Lage- und Bewegungsenergie bzw. zwischen Kondensator (E_C) und Spule (E_L). Die Summe beider Energien ist konstant:

$E_{pot} + E_{kin} = const.$ bzw. $E_C + E_L = const.$

b) Leiten Sie eine Formel ab, mit der Sie aus der maximalen Höhe h eines Fadenpendels seine maximale Geschwindigkeit berechnen können.

Bei vollständiger Energieumwandlung gilt: $E_{pot} = E_{kin}$

$\Rightarrow m\cdot g\cdot h = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \Leftrightarrow v^2 = 2\cdot g\cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

c) Leiten Sie (analog zu b) eine Formel ab, die Ihnen die Beziehung zwischen maximaler Spannung und maximaler Stromstärke in einem elektromagnetischen Schwingkreis angibt.

Analog im Schwingkreis: $E_L = E_C$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2 = \frac{1}{2}\cdot L\cdot J^2 \Leftrightarrow \frac{U^2}{J^2} = \frac{L}{C} \Rightarrow \frac{U}{J} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

2. Spannung und Strom in einem elektromagnetischen Schwingkreis

Ein Schwingkreis besteht aus einem Kondensator mit einer Kapazität von C = 200 nF und einer Spule mit einer Induktivität von 600 µH. Zu Beginn wird der Kondensator mit einer Spannung von U_0 = 60 V aufgeladen.

a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer T und die (Kreis-)Frequenz ω der Schwingung.

$T = 2\pi\sqrt{L\cdot C} = 2\cdot\pi\cdot\sqrt{200\cdot10^{-9}F\cdot 600\cdot10^{-6}H} = 6{,}88\cdot10^{-5}s$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}} = \frac{2\pi}{T} = 14528{,}8\ s^{-1}$

b) Welche elektrische Ladung Q_0 trägt der Kondensator zu Beginn? Geben Sie eine Formel an, die den zeitlichen Verlauf der Ladung Q(t) während der Schwingung wiedergibt.

$Q_0 = C\cdot U_0 = 200\cdot10^{-9}F\cdot 60V = 1{,}2\cdot10^{-5}C$

$Q(t) = Q_0\cdot\cos(\omega t)$ mit $\omega = 14528{,}8\ s^{-1}$

Wichtig ist der Cosinus, weil zu Beginn die Spannung (und damit auch die Ladung) maximal sein muss (siehe Aufgabenstellung).

c) Welche maximale Stromstärke I_{max} fließt in dem Schwingkreis?

$J_{max} = U_0\cdot\sqrt{\frac{C}{L}}$ aus Aufg. 1c (siehe oben, umgeformt).

$J_{max} = 60V\cdot\sqrt{\frac{200\cdot10^{-9}F}{600\cdot10^{-6}H}} \approx 1{,}095\,A$.

d) Wann ist die Spannung im Schwingkreis zum ersten Mal auf die Hälfte der Ausgangsspannung abgefallen? Wann liegt zum ersten Mal keine Spannung an?

$U(t) = U_0\cdot\cos(\omega t)$. Die Hälfte des Startwerts U_0 ist also erreicht, wenn: $\cos(\omega t) = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega\cdot t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}\cdot\frac{1}{\omega} = \frac{T}{6}$

$\Rightarrow t = \frac{T}{6} = 1{,}15\cdot10^{-5}s$

Die Spannung ist gleich 0 V, wenn: $\cos(\omega t) = 0 \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{2}$

Dies ist bei einem Viertel der Schwingungsdauer zum ersten Mal der Fall: $t = \frac{T}{4} = 1{,}72\cdot10^{-5}s$

e) Zeichnen Sie in jeweils ein Diagramm den zeitlichen Verlauf der Spannung U(t) und der Stromstärke I(t). Achten Sie dabei auf die korrekte Skalierung der Achsen.