

Übungsaufgaben zur Quantenphysik I

1. Photoeffekt

a) Zur Messung der Austrittsarbeit werden Alkalimetalle mit dem Licht einer Hg-Dampflampe bestrahlt und die Gegenspannungen gemessen, bei denen der Photostrom gerade verschwindet.

Element	U [V] für $\lambda = 493 \text{ nm}$	U [V] für $\lambda = 405 \text{ nm}$
Li	0,06	0,60
Na	0,24	0,78
K	0,27	0,81
Rb	0,39	0,93
Cs	0,58	1,12

Ermitteln Sie daraus jeweils die Austrittsarbeit für ein Elektron. Welche Werte ergeben sich jeweils für das Wirkungsquantum?

b) Berechnen Sie die Grenzwellenlängen aus den folgenden Austrittsarbeiten für die jeweiligen Elemente:

Element	Cu	Ag	Zn	Al	Si	Ge
W_A [eV]	4,48	4,80	4,27	4,20	3,59	4,62

c) Welche Energien (in J und eV) tragen Photonen der folgenden Wellenlängen?

- Radiowellen ($\lambda = 200 \text{ m}$)
- Infrarot-Strahlung ($\lambda = 1 \text{ }\mu\text{m}$)
- Röntgenstrahlung ($\lambda = 1 \text{ nm}$)

d) Welche Höhendifferenz muss ein Körper mit $m = 0,01 \text{ }\mu\text{g}$ (z.B. ein Sandkorn; unter Vernachlässigung des Luftwiderstands) durchfallen, um eine kinetische Energie zu erhalten, die der Energie eines Photons von blauem Licht ($\lambda = 350 \text{ nm}$) entspricht?

e) Licht der Frequenz $f = 1,3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ löst aus einem Metall Elektronen mit einer Maximalenergie von $1,8 \text{ eV}$ aus. Wie groß ist die Austrittsarbeit für das Metall? Wie groß ist die Grenzfrequenz für einfallendes Licht, das gerade noch Elektronen auslösen kann?

2. Compton-Effekt

In einer Röntgenröhre wird die Strahlung dadurch erzeugt, dass Elektronen mit einer hohen Spannung beschleunigt werden und dann auf einer Kupferanode auftreffen. Beim Einschlag in das Metall werden die Elektronen drastisch abgebremst und geben ihre kinetische Energie in Form von Strahlung ab.

Röntgenphotonen, die in einer 30 kV-Röhre erzeugt wurden, treffen auf ruhende Elektronen. Wie groß ist die Wellenlängenänderung der unter 0° , 30° , 90° und 180° gestreuten Quanten? Welche Geschwindigkeit erhält jeweils das Elektron?

3. Linienspektren und Bohrsches Atommodell



Im sichtbaren Bereich zeigt das Helium-Spektrum Linien bei den Wellenlängen:

660 nm rot	490 nm blaugrün	450 nm violett
550 nm gelb	470 nm blaugrün	440 nm violett

Ordnen Sie diese Linien den elektronischen Übergängen gemäß des Bohrschen Atommodells zu. Betrachten Sie dabei ein He^+ -Ion und bedenken Sie, dass das Bohrsche Modell die reale Situation nur näherungsweise widerspiegelt.

4. Schwarzkörperstrahlung

a) Das Wiensche Verschiebungsgesetz gibt die Wellenlänge des Emissionsmaximums eines sog. schwarzen Strahlers in Abhängigkeit von der Temperatur an. Das Plancksche Strahlungsgesetz beschreibt den vollständigen Verlauf der Emissionskurve als Funktion der Frequenz. Zeigen Sie, dass sich aus dem Planckschen Strahlungsgesetz eine Gleichung für das Intensitätsmaximum herleiten lässt, deren Form dem Wienschen Verschiebungsgesetz entspricht. *Hinweis:* Verwenden Sie zur Vereinfachung des Planckschen Gesetzes die Näherung, dass $e^{h\nu/kT} \gg 1$.

b) Welche Energie- und Photonendichten erzeugt ein schwarzer Strahler bei der Wellenlänge, mit der er bei $T = 1000 \text{ K}$ am intensivsten strahlt? Vergleichen Sie dies mit den Energie- und Photonendichten bei $T = 100 \text{ K}$ und $T = 10000 \text{ K}$.

Hinweis: Achten Sie auf die korrekte Umrechnung des Planckschen Gesetzes von Frequenzen auf Wellenlängen; Photonendichte = Energiedichte/Photonenenergie.

Übungsaufgaben zur Quantenphysik I: Lösungen

1. Photoeffekt

a) Wenn der Photostrom gerade verschwindet, ist die elektrische Energie eU gleich der kinetischen Energie des Elektrons: $eU = hf - W_A$. Bestimmung von h aus der Differenz $e(U-U') = h(f-f')$; W_A erhält man anschließend durch Einsetzen.

Element	W_A [eV]	h [Js]
Li	2,43	$6,54 \cdot 10^{-34}$
Na	2,25	$6,54 \cdot 10^{-34}$
K	2,22	$6,54 \cdot 10^{-34}$
Rb	2,10	$6,54 \cdot 10^{-34}$
Cs	2,00	$6,78 \cdot 10^{-34}$

b) $\lambda_{\min} = c/f_{\max} = c h/W_A$

Element	Cu	Ag	Zn	Al	Si	Ge
W_A [eV]	4,48	4,80	4,27	4,20	3,59	4,62
λ_{\min} [nm]	277,0	258,5	290,6	295,4	345,6	268,6

c) Energien von

- Radiowellen ($\lambda = 200$ m): $9,94 \cdot 10^{-28}$ J = $6,2 \cdot 10^{-9}$ eV
- Infrarot-Strahlung ($\lambda = 1$ μ m): $1,99 \cdot 10^{-19}$ J = 1,24 eV
- Röntgenstrahlung ($\lambda = 1$ nm): $1,99 \cdot 10^{-16}$ J = 1,24 keV

d) $h c/\lambda = m g \Delta h$, also $\Delta h = 5,79$ μ m

e) $W_A = hf - E_{\text{kin}}$ und $f_{\max} = W_A/h$, also $W_A = 3,58$ eV und $f_{\max} = 8,65 \cdot 10^{14}$ Hz

2. Compton-Effekt

Die Geschwindigkeit v ergibt sich aus der kinetischen Energie, die wiederum der Differenz der Photonenenergie vor und nach dem Stoß entspricht.

Strahlung vor dem Stoß: $E = eU = 30$ keV = hc/λ
 Strahlung nach dem Stoß: $E' = hc/(\lambda + \Delta\lambda)$
 kinetische Energie: $\frac{1}{2}mv^2 = E - E'$

ϕ	$\Delta\lambda$	v
0°	0 μ m	0 m/s
30°	0,33 μ m	$9,1 \cdot 10^6$ m/s
90°	2,42 μ m	$2,4 \cdot 10^7$ m/s
180°	4,85 μ m	$3,3 \cdot 10^7$ m/s

3. Linienspektren und Bohrsches Atommodell

660 nm rot	von $n = 6$ nach $m = 4$	wobei $z = 2$ zu berücksichtigen ist, d.h. $R_{\text{He}} = 4 R_{\text{H}}$
550 nm gelb	von $n = 7$ nach $m = 4$	
490 nm blaugrün	von $n = 8$ nach $m = 4$	
470 nm blaugrün	von $n = 4$ nach $m = 3$	
450 nm violett	von $n = 9$ nach $m = 4$	
440 nm violett	von $n = 10$ nach $m = 4$	

4. Schwarzkörperstrahlung

a) Aus $e^{hv/kT} \gg 1$ ergibt sich näherungsweise $1/(e^{hv/kT} - 1) = e^{-hv/kT}$. Anschließend ist zur Bestimmung des Maximums das vereinfachte Plancksche Gesetz nach v abzuleiten und die Ableitung gleich 0 zu setzen. Man erhält $3 - hv/kT = 0$. Mit $v = c/\lambda$ folgt daraus $\lambda T = hc/3k$. Dies hat die Form des Wienschen Verschiebungsgesetzes, auch wenn die dort genannte Konstante wegen der Näherung von $hc/3k$ abweicht.

b) T	λ	$U_\lambda(\lambda, T)$ [J/(m \cdot m 3)]	Photonen [1/(m \cdot m 3)]
100 K	29 μ m	$1,71 \cdot 10^{-3}$	$2,49 \cdot 10^{17}$
1000 K	2,9 μ m	$1,71 \cdot 10^2$	$2,49 \cdot 10^{21}$
10000 K	290 nm	$1,71 \cdot 10^7$	$2,49 \cdot 10^{25}$