

Übungsaufgaben zu elektrischen und magnetischen Feldern

A. Teilchen in elektrischen Feldern

1. Elektronen werden durch eine Spannung von $U_B = 100 \text{ V}$ beschleunigt und fliegen durch eine Öffnung in einen Plattenkondensator, dessen elektrische Feldlinien parallel zur Flugrichtung des Elektrons verlaufen und dessen Platten einen Abstand von $d = 10 \text{ cm}$ haben.

a) Welche Beschleunigung wirkt den Elektronen entgegen, wenn am Kondensator eine Spannung von $U = 70 \text{ V}$ anliegt? In welcher Zeit fliegen sie durch den Kondensator?

b) Wo kehren die Elektronen um, wenn die Kondensatorspannung $U = 400 \text{ V}$ beträgt?

2. Der Elektronenstrahl einer Braunschen Röhre, die mit $U_B = 1 \text{ kV}$ betrieben wird, durchläuft einen Ablenkkondensator mit $d = 1 \text{ cm}$ Plattenabstand, $l = 4 \text{ cm}$ Länge und $U_y = 100 \text{ V}$.

a) Welche Kraft und welche Beschleunigung wirken auf das Elektron im Ablenkkondensator?

b) Mit welcher Geschwindigkeit v_x treten die Elektronen in den Ablenkkondensator ein?

c) Wie lange braucht ein Elektron zum Durchlaufen des Ablenkkondensators?

d) Um welche Strecke y wird der Elektronenstrahl im Kondensator abgelenkt? Wo trifft der Strahl auf dem 20 cm entfernten Leuchtschirm auf? Wie groß ist der Ablenkwinkel gegenüber der Waagerechten?

e) Wie viel Energie gewinnt ein Elektron beim Durchlaufen der Beschleunigungsspannung? Und welche Energie kommt im Feld des Ablenkkondensators hinzu?

B. Teilchen in Magnetfeldern

1. Eine Silberfolie ($h = 1 \text{ cm}$ und $d = 0,1 \text{ mm}$) führt einen Strom von $I = 1,9 \text{ A}$ und wird von einem Magnetfeld mit $B = 0,3 \text{ T}$ senkrecht durchsetzt. Man misst eine Hall-Spannung von $U_H = 0,51 \mu\text{V}$ (entlang der Folienhöhe h).

Wie groß sind die Driftgeschwindigkeit v und die Dichte n der freien Elektronen in der Folie?

2. In Massenspektrometern werden Bauteile mit einem homogenen elektrischen Feld und einem senkrecht dazu orientierten homogenen Magnetfeld als Geschwindigkeitsfilter eingesetzt.

a) Welche Geschwindigkeit haben Elektronen bzw. Protonen, die einen solchen Filter mit $E = 100 \text{ kV/m}$ und $B = 10 \text{ mT}$ ohne Ablenkung durchlaufen?

b) Das Magnetfeld wird nun auf $B = 600 \text{ mT}$ erhöht und wirkt auf den Ionenstrahl auch nach Durchlaufen des Filters. Ein Strahl von Kalium-Ionen K^+ bewegt sich darin auf einer Halbkreisbahn mit $r = 11,2 \text{ cm}$. Welche Masse ergibt sich daraus für ein Kalium-Ion?

3. In einem Zyklotron mit $B = 2 \text{ T}$ werden α -Teilchen mit $15,625 \text{ MeV}$ beschleunigt.

a) Berechnen Sie den maximalen Krümmungsradius.

b) Welche Frequenz ist für die angelegte Wechselspannung erforderlich?

c) Welche Frequenz ist für Protonen in diesem Zyklotron nötig? Welche Energie (in MeV) erhalten sie?

C. Elektromagnetische Induktion

1. Eine Leiterschleife umschließt die Fläche $A = 50 \text{ cm}^2$ und steht senkrecht zu einem Magnetfeld mit $B = 200 \text{ mT}$.

a) Welche Spannung wird induziert, wenn man die Schleife innerhalb $0,1 \text{ s}$ auf $A = 5 \text{ cm}^2$ zusammendrückt?

b) Um welchen Winkel hätte man die Schleife mit $A = 50 \text{ cm}^2$ drehen müssen, um die gleiche Spannung zu induzieren?

2. Ein quadratischer Kupferrahmen von 50 cm Seitenlänge (mit einer kleinen Öffnung) wird innerhalb $0,5 \text{ s}$ ganz in ein homogenes Magnetfeld mit $B = 2 \text{ T}$ geschoben, wobei die magnetischen Feldlinien den Rahmen jederzeit senkrecht durchlaufen.

a) Berechnen Sie die induzierte Spannung auf zwei Wegen (über Flächen- und Magnetfeldänderung).

b) Der Draht des Kupferrahmens hat eine Querschnittsfläche von 50 mm^2 und einen spez. Widerstand von $\rho = 0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$. Wie groß ist die Stromstärke, die nach dem Einschieben des Rahmens in das Magnetfeld durch ihn fließt? (Die Öffnung ist dabei durch das Messgerät geschlossen.)

c) Welche mechanische Kraft wirkt dabei auf den Rahmen? Welche Energie und welche Leistung ist mechanisch aufzuwenden? Welche elektrische Energie wird frei?

Lösungen

A. Teilchen in elektrischen Feldern

$$1.a) a = \frac{F}{m_e} = \frac{eE}{m_e} = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{U}{d} = 1,23 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU_B}{m_e}} = 5,93 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Eintrittsgeschwindigkeit}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2e}{m_e} (U_B - U)} = 3,25 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Austrittsgeschwindigkeit}$$

$$v_1 = v_0 - a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_0 - v_1}{a} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$b) \frac{U_B}{U} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{Die Elektronen kehren nach } \frac{d}{4} = 2,5 \text{ cm um.}$$

$$2.a) F_y = e \cdot E_y = e \cdot \frac{U_y}{d} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N} \Rightarrow a_y = \frac{F_y}{m_e} = 1,76 \cdot 10^{15} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$b) v_x = 1,88 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$c) t = \sqrt{2y/a_y} \quad \text{mit } y = + \frac{a_y}{2} \frac{x^2}{v_x^2} \quad \text{und } x = l = 4 \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{x}{v_x} = 2,13 \text{ ns}, \text{ da gleichförmige Bewegung entlang } x.$$

$$d) y = 3,98 \text{ mm}$$

$$v_y = a_y \cdot t = 3,75 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow \alpha = 11,3^\circ$$

\Rightarrow auf dem Schirm um $y = 3,99 \text{ cm}$ abgelenkt.

$$e) \text{ Beschleunigung: } E_B = e \cdot U_B = 1 \text{ keV}$$

$$\text{Ablenkung: } E_y = e \cdot U_y = 100 \text{ eV}$$

B. Teilchen in Magnetfeldern

$$1. U_H = B \cdot v \cdot l \Rightarrow v = \frac{U_H}{B \cdot l} = 0,17 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$U_H = \frac{B \cdot I}{n \cdot e \cdot d} \Rightarrow n = \frac{B \cdot I}{U_H \cdot e \cdot d} = 6,98 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$2. a) v = \frac{E}{B} \Rightarrow v = 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{nicht-relativistisch.}$$

$$b) \frac{m v^2}{r} = B \cdot e \cdot v \quad \text{mit } v = \frac{E}{B} \Rightarrow \frac{m \cdot E}{r \cdot B} = B \cdot e$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{B^2 \cdot e \cdot r}{E} = 6,46 \cdot 10^{-26} \text{ kg} = 38,9 \text{ u}$$

Lösungen

B. Teilchen in Magnetfeldern

$$3. a) \frac{mv^2}{r} = B \cdot q \cdot v \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q} \quad \text{wobei } v = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{m}{B \cdot q} \cdot \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}} = \frac{\sqrt{2mE_{\text{kin}}}}{B \cdot q} = 28,5 \text{ cm}$$

$$b) f = \frac{B \cdot q}{2\pi \cdot m} = 15,35 \text{ MHz} \quad \text{oder Vielfache}$$

$$c) f = 30,70 \text{ MHz} \quad \text{und } v = 2\pi r f = 5,50 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = 2,52 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 15,753 \text{ MeV}$$

C. Elektromagnetische Induktion

$$1. a) U_{\text{ind}} = -n \cdot \frac{d}{dt}(B \cdot A) = -B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} = -9 \text{ mV}$$

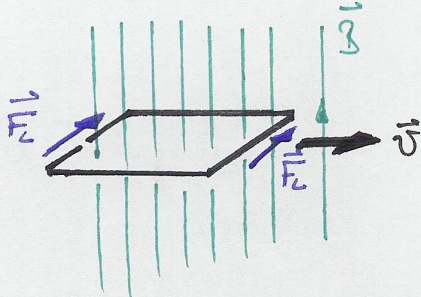
$$b) A(t) = A_0 \cdot \sin(\omega t) = A_0 \cdot \sin \varphi(t) \quad \text{wobei } \Delta A = -\frac{U_{\text{ind}}}{B} \cdot \Delta t$$

Startet man mit $\varphi(0) = 0$, so erreicht man ΔA für $\varphi = 5,16^\circ$, die in der gleichen Zeit Δt eingestellt werden müssen.

$$2. a) U_{\text{ind}} = -\frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} = -\frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = 1 \text{ V}$$

$$b) R = \rho / A_g \cdot l = 0,68 \text{ m}\Omega \Rightarrow I = \frac{U}{R} = 1471 \text{ A}$$

$$c) F_L = B \cdot I \cdot s = 1471 \text{ N} \quad \text{auf jedes Leitstück von } 50 \text{ cm Länge.}$$



Die Lorentzkraft bewirkt eine Verschiebung der Ladungen entlang des Leitstückes, die senkrecht zu \vec{v} liegen.

Die dadurch induzierten Ströme erzeugen über sich Magnetfelder, die ihrer Ursache entgegenwirken (\rightarrow Lenzsche Regel). Dies muss durch eine mechanische Kraft bzw. Arbeit überwunden werden. Gegen die Lorentzkraft selbst muss nicht „gearbeitet“ werden, da $\vec{F}_L \perp \vec{v}$.

$$E_{\text{el}} = \frac{U^2}{R} \cdot t = 735 \text{ J.}$$