Umwandlung von potentieller und kinetischer Energie

Beispielaufgabe

Eine Skiläuferin (m = 50 kg) fährt einen 40 m langen Hang hinab, der gleichmäßig unter 40° zur Horizontalen geneigt ist. Welche Geschwindigkeit und welche kinetische Energie erreicht sie am Fußpunkt des Hangs, wenn man die Reibung vernachlässigt? (g = 9,81 m/s²)

Lösungsweg:

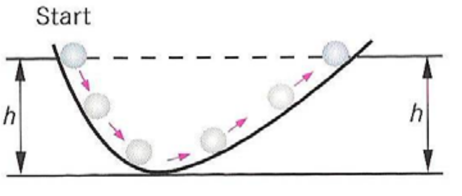
- In der Anfangshöhe h hat die Skiläuferin die Lageenergie $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$.
- Am Fußpunkt des Hangs hat die Skiläuferin die Bewegungsenergie $E_{kin} = ½ \cdot m \cdot v^2$.
- Aus dem Prinzip der Energieerhaltung folgt: $E_{pot} = E_{kin}$, also $m \cdot g \cdot h = ½ \cdot m \cdot v^2$.
- Die Höhe h gewinnt man aus der Betrachtung des Hangs als rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse l = 40 m, dem Neigungswinkel α = 40° und der Gegenkathete h. Damit ist $\sin \alpha = h/l$.

Lösung:

v = 22,46 m/s und E_{kin} = 12611 Nm.

Übungsaufgaben

A. Betrachten Sie eine Kugel, die in einer gekrümmten Bahn (siehe Skizze rechts) auf der einen Seite hinab und auf der anderen Seite wieder hinauf rollt.



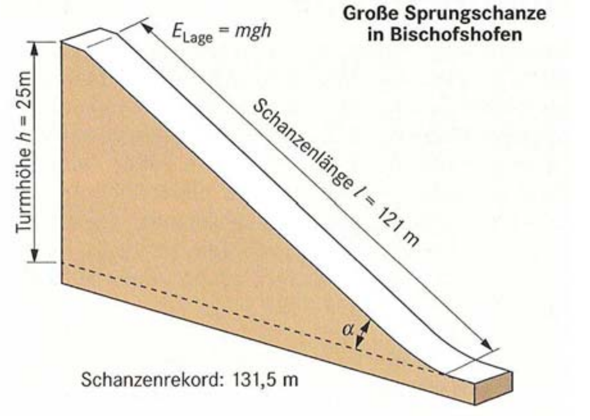
1. Welche Energieumwandlungen finden statt? Zu welchen Zeitpunkten liegt die Gesamtenergie jeweils vollständig in nur *einer* Energieform vor?

2. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, die eine Kugel maximal erreicht, wenn sie 100 g schwer ist und von einer Höhe h = 60 cm hinab rollt.

3. Hängt es von dem Neigungswinkel der gekrümmten Bahn ab, wie weit die Kugel auf der anderen Seite wieder hinauf rollt?

4. Wie hoch rollt die Kugel jeweils noch die Bahn hinauf, wenn bei jedem Durchlauf von der einen auf die andere Seite 10% der Energie durch Reibung „verloren“ gehen. Berechnen Sie die ersten vier Durchläufe ausgehend von einer Kugelmasse m = 100 g und einer Starthöhe h = 60 cm. Was beobachten Sie?

B. Betrachten Sie die neben skizzierte Skisprungschanze.



1. Welche Geschwindigkeit würde ein Skispringer (m = 60 kg) am Schanzentisch erreichen, wenn keine Reibung vorliegen würde?

2. Wie hoch wäre seine Geschwindigkeit noch, wenn 8% der Gesamtenergie als Reibung „verloren“ gehen?

Umwandlung von potentieller und kinetischer Energie

Übunsaufgaben - Lösungen

A. Betrachten Sie eine Kugel, die in einer gekrümmten Bahn (siehe Skizze rechts) auf der einen Seite hinab und auf der anderen Seite wieder hinauf rollt.

1. Welche Energieumwandlungen finden statt? Zu welchen Zeitpunkten liegt die Gesamtenergie jeweils vollständig in nur *einer* Energieform vor?

Potentielle Energie wird in kinetische umgewandelt und umgekehrt. Wenn sich die Kugel auf voller Höhe h befindet, liegt allein potentielle Energie vor. Am Fußpunkt der Bahn bei h = 0 liegt allein kinetische Energie vor.

2. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, die eine Kugel maximal erreicht, wenn sie 100 g schwer ist und von einer Höhe h = 60 cm hinab rollt.

$E_{pot} = E_{kin}$, also $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, aufgelöst nach der Geschwindigkeit: $v^2 = 2 \cdot g \cdot h$. Die Masse spielt also keine Rolle!

Ergebnis: v = 3,43 m/s.

3. Hängt es von dem Neigungswinkel der gekrümmten Bahn ab, wie weit die Kugel auf der anderen Seite wieder hinauf rollt?

Nein, denn nach dem Prinzip der Energieerhaltung ist für die (potentielle) Energie alleine die Höhe h ausschlaggebend. Daraus bestimmt sich die kinetische Energie der Kugel am Fußpunkt und damit die Energie, über die die Kugel verfügt, um auf der anderen Seite wieder hinauf zu rollen. Der Neigungswinkel ist erst dann von Belang, wenn man Reibungseffekte mit berücksichtigt.

4. Wie hoch rollt die Kugel jeweils noch die Bahn hinauf, wenn bei jedem Durchlauf von der einen auf die andere Seite 10% der Energie durch Reibung „verloren" gehen. Berechnen Sie die ersten vier Durchläufe ausgehend von einer Kugelmasse m = 100 g und einer Starthöhe h = 60 cm. Was beobachten Sie?

$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$. Wenn 10% der Energie durch Reibung „verloren" gehen, schlägt sich dies unmittelbar in einem 10%igen Verlust an Höhe h nieder, da weder m noch g davon betroffen sind. Es ergibt sich:

Nach den Durchläufen: (1) h_1 = 54 cm, (2) h_2 = 48,6 cm, (3) h_3 = 43,74 cm und (4) h_4 = 39,366 cm.

Die Kugel verliert nach und nach an Höhe, wobei der Höhenverlust bei jedem Durchlauf – in absoluten Zahlen betrachtet – immer geringer wird.

B. Betrachten Sie die neben skizzierte Skisprungschanze.

1. Welche Geschwindigkeit würde ein Skispringer (m = 60 kg) am Schanzentisch erreichen, wenn keine Reibung vorliegen würde?

$E_{pot} = E_{kin}$, also $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, aufgelöst nach der Geschwindigkeit: $v^2 = 2 \cdot g \cdot h$. Die Masse spielt wieder keine Rolle!

Ergebnis: v = 22,15 m/s = 79,73 km/h.

2. Wie hoch wäre seine Geschwindigkeit noch, wenn 8% der Gesamtenergie als Reibung „verloren" gehen?

Von eben ist bekannt: $v^2 = 2 \cdot g \cdot h$. Der Energieverlust durch Reibung lässt sich berücksichtigen, indem man eine geringere Höhe verwendet, d.h. $0{,}8 \cdot h$ anstatt h.

Ergebnis: v = 19,81 m/s = 71,31 km/h.