Übungsaufgaben zum elektromagnetischen Schwingkreis

Aufgabe 1.

Ein Kondensator wird an einer Gleichstromquelle aufgeladen. Anschließend wird er zunächst über einen ohmschen Widerstand und, nach erneuter Aufladung, über eine Spule entladen, wobei der Leitungswiderstand zu berücksichtigen ist.

a) Beschreiben Sie die beiden Entladevorgänge und skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Spannung am Kondensator!

b) Erklären Sie genau die Abläufe bei der Entladung über die Spule unter Einbeziehung des ohmschen Widerstandes der Spule!

c) Leiten Sie die Formel für die Schwingungsdauer T in Abhängigkeit der Induktivität L und der Kapazität C eines elektromagnetischen Schwingkreises bei Vernachlässigung des ohmschen Widerstandes her!
Hinweis: Es sollen dabei zwei Möglichkeiten gezeigt werden, nämlich zum einen die Herleitung über den Energieerhaltungssatz und zum anderen die Herleitung über die Differenzialgleichung der ungedämpften elektromagnetischen Schwingung.

Aufgabe 2.

Ein Schwingkreis ($L = 0{,}2$ H; $C = 2{,}5\ \mu$F) soll zu ungedämpften Schwingungen angeregt werden. Die Gesamtenergie des Schwingkreises beträgt $4{,}5 \cdot 10^{-2}$ J.

a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer des Schwingkreises!

b) Berechnen Sie die maximale Ladung Q_0 und die maximale Spannung U_0 am Kondensator sowie den maximalen Strom I_0, der durch die Spule fließt!

c) Wie groß ist die elektrische Energie zu dem Zeitpunkt, an dem gerade die halbe Maximalstromstärke durch die Spule fließt?

Aufgabe 3.

Ein ungedämpfter Schwingkreis mit der Kapazität C_0 und der Induktivität L_0 besitzt eine Eigenfrequenz f_0.

a) Welche Frequenz f_1 ergibt sich, wenn man die Kapazität verdoppelt und die Induktivität vervierfacht?

b) Im ursprünglichen Schwingkreis (f_0, C_0; L_0) nimmt man nun $\frac{1}{3}$ der Windungen der Luftspule und halbiert bei gleicher Fläche den Plattenabstand, sodass sich eine neue Eigenfrequenz f_2 ergibt. Berechnen Sie f_2!

Aufgabe 4.

An einen Kondensator mit der Kapazität $C = 300\ \mu$F ist zunächst die Spannung $U_0 = 0{,}40$ V angelegt. Die Stromquelle wird danach abgetrennt und der Kondensator über eine Spule mit der Induktivität $L = 0{,}35$ mH entladen. Während des Entladens wird der zeitliche Verlauf der Spannung U_C am Kondensator mit einem Oszilloskop dargestellt.

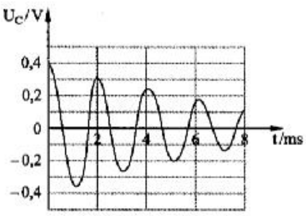
a) Fertigen Sie eine Schaltskizze zur Durchführung des obigen Versuchs an.

b) Berechnen Sie die Schwingungsdauer T dieses zunächst als ideal angenommenen Schwingkreises.
[zur Kontrolle: $T = 2{,}0$ ms]

c) Nehmen Sie an, dass während der ersten zwei Perioden der Schwingung die Energie im Schwingkreis konstant bleibt. Berechnen Sie unter dieser Annahme den maximalen Spulenstrom I_0 in diesem Zeitraum.
[zur Kontrolle: $I_0 = 0{,}37$ A]

d) Zeichnen Sie für die Annahmen aus Teilaufgabe 1c den Verlauf der Kondensatorspannung U_C und des Spulenstroms I_L in ein t-U_C- bzw. t-I_L-Diagramm. Begründen Sie, warum U_C und I_L nicht gleichzeitig ihre Maximalwerte annehmen.

e) Das nebenstehende Diagramm zeigt den realen Verlauf von U_C.
Geben Sie zu den folgenden Aussagen an, ob sie richtig oder falsch sind, und begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort.
α) Nach 2,5 Perioden ist die Energie im Schwingkreis auf etwa 25 % der Anfangsenergie abgesunken.
β) Das Produkt aus U_C und I_L ist zeitlich konstant.
γ) Die Spule erwärmt sich.



f) Bestimmen Sie aus dem oben dargestellten Diagramm die Dämpfungskonstante δ, indem Sie die allmählich abnehmenden Maximalwerte ablesen und eine Exponentialfunktion einpassen. Ermitteln Sie dann aus der Dämpfungskonstante δ den ohmschen Widerstand R der Schaltung.

Übungsaufgaben zum elektromagnetischen Schwingkreis: Lösungen

Aufgabe 1.

Ein Kondensator wird an einer Gleichstromquelle aufgeladen. Anschließend wird er zunächst über einen ohmschen Widerstand und, nach erneuter Aufladung, über eine Spule entladen, wobei der Leitungswiderstand zu berücksichtigen ist.

a) Beschreiben Sie die beiden Entladevorgänge und skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Spannung am Kondensator!

b) Erklären Sie genau die Abläufe bei der Entladung über die Spule unter Einbeziehung des ohmschen Widerstandes der Spule!

c) Leiten Sie die Formel für die Schwingungsdauer T in Abhängigkeit der Induktivität L und der Kapazität C eines elektromagnetischen Schwingkreises bei Vernachlässigung des ohmschen Widerstandes her!
Hinweis: Es sollen dabei zwei Möglichkeiten gezeigt werden, nämlich zum einen die Herleitung über den Energieerhaltungssatz und zum anderen die Herleitung über die Differenzialgleichung der ungedämpften elektromagnetischen Schwingung.

a) Entladung über R: exponentieller Rückgang von Q am Kondensator; U_C ist proportional zu Q. Entladung über L: Schwingung mit cos- förmigem Verlauf mit exponentiell gedämpfter Amplitude.

b) Aufgrund U_C fließt ein Strom, durch den sich in der Spule ein B-Feld aufbaut. Der Strom erreicht sein Maximum, wenn der Kondensator entladen ist. Der Strom fließt weiter und lädt den Kondensator mit umgekehrter Polung wieder auf, bis der Stromfluss bei maximaler Kondensatorladung versiegt. Dabei baut sich das B-Feld der Spule ab. Der Widerstand R der Spule sorgt für eine kontinuierliche Umwandlung elektrischer Energie in Wärmeenergie, so dass Strom und Spannung allmählich abnehmen.

c) über Energieerhaltung: siehe z.B. diesen Link.
über DGl: siehe z.B diesen Link.

Aufgabe 2.

Ein Schwingkreis ($L = 0{,}2$ H; $C = 2{,}5$ µF) soll zu ungedämpften Schwingungen angeregt werden. Die Gesamtenergie des Schwingkreises beträgt $4{,}5 \cdot 10^{-2}$ J.

a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer des Schwingkreises!

b) Berechnen Sie die maximale Ladung Q_0 und die maximale Spannung U_0 am Kondensator sowie den maximalen Strom I_0, der durch die Spule fließt!

c) Wie groß ist die elektrische Energie zu dem Zeitpunkt, an dem gerade die halbe Maximalstromstärke durch die Spule fließt?

T = 4,44 ms
U_0 = 189,7 V; Q_0 = 474 µC
I_0 = 0,67 A

P = U · I = 164,3 V · 0,33 A = 55 W

Aufgabe 3.

Ein ungedämpfter Schwingkreis mit der Kapazität C_0 und der Induktivität L_0 besitzt eine Eigenfrequenz f_0.

a) Welche Frequenz f_1 ergibt sich, wenn man die Kapazität verdoppelt und die Induktivität vervierfacht?

b) Im ursprünglichen Schwingkreis (f_0, C_0; L_0) nimmt man nun $\frac{1}{3}$ der Windungen der Luftspule und halbiert bei gleicher Fläche den Plattenabstand, sodass sich eine neue Eigenfrequenz f_2 ergibt. Berechnen Sie f_2!

f_1 = 0,354 f_0

f_2 = 2,12 f_0

Aufgabe 4.

An einen Kondensator mit der Kapazität $C = 300$ µF ist zunächst die Spannung $U_0 = 0{,}40$ V angelegt. Die Stromquelle wird danach abgetrennt und der Kondensator über eine Spule mit der Induktivität $L = 0{,}35$ mH entladen. Während des Entladens wird der zeitliche Verlauf der Spannung U_C am Kondensator mit einem Oszilloskop dargestellt.

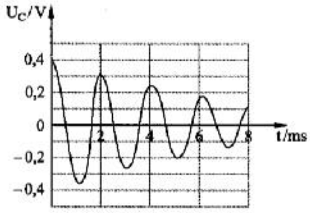
a) Fertigen Sie eine Schaltskizze zur Durchführung des obigen Versuchs an.

b) Berechnen Sie die Schwingungsdauer T dieses zunächst als ideal angenommenen Schwingkreises.
[zur Kontrolle: $T = 2{,}0$ ms]

c) Nehmen Sie an, dass während der ersten zwei Perioden der Schwingung die Energie im Schwingkreis konstant bleibt. Berechnen Sie unter dieser Annahme den maximalen Spulenstrom I_0 in diesem Zeitraum.
[zur Kontrolle: $I_0 = 0{,}37$ A]

d) Zeichnen Sie für die Annahmen aus Teilaufgabe 1c den Verlauf der Kondensatorspannung U_C und des Spulenstroms I_L in ein t-U_C- bzw. t-I_L-Diagramm. Begründen Sie, warum U_C und I_L nicht gleichzeitig ihre Maximalwerte annehmen.

e) Das nebenstehende Diagramm zeigt den realen Verlauf von U_C.
Geben Sie zu den folgenden Aussagen an, ob sie richtig oder falsch sind, und begründen Sie jeweils kurz Ihre Antwort.
α) Nach 2,5 Perioden ist die Energie im Schwingkreis auf etwa 25 % der Anfangsenergie abgesunken.
β) Das Produkt aus U_C und I_L ist zeitlich konstant.
γ) Die Spule erwärmt sich.



f) Bestimmen Sie aus dem oben dargestellten Diagramm die Dämpfungskonstante δ, indem Sie die allmählich abnehmenden Maximalwerte ablesen und eine Exponentialfunktion einpassen. Ermitteln Sie dann aus der Dämpfungskonstante δ den ohmschen Widerstand R der Schaltung.